

Devoir 1: Asservissement en vitesse et position d'une articulation robotique par placement des pôles

Stefan Bracher

Résumé

Un résumé de la théorie de l'asservissement en vitesse et position pour des articulations robotiques est présenté. Dans une première étape, le contrôle avec un contrôleur PID est présenté et illustré avec des exemples. Ensuite la théorie de contrôle par observateur/contrôleur d'état est discutée et deux exemples sont fournis.

Objectives

- Réviser les éléments de base de l'asservissement
- Savoir déterminer les coefficients des contrôleurs
- Faire des simulations des systèmes en Matlab/Simulink

A. Introduction

Pour un contrôle simple des articulations robotiques deux types de régulateur sont possibles, le contrôleur PID et l'observateur/contrôleur d'état. Le principe de ces contrôleurs est présenté dans des cas avec une ou deux articulations sérielles, mais s'applique aussi pour des chaînes plus longues. Pour assurer que le système est stable et suit les exigences demandées, les coefficients pour les contrôleurs sont choisis par la méthode du placement des pôles, qui produit des résultats acceptables pour les systèmes étudiés.

B. Le contrôle avec le contrôleur PID

1. Le contrôleur PID

Un contrôleur PID est un contrôleur de boucle fermée qui prend la différence entre un état voulu et l'état réel et multiplie cette différence, l'intégrale et la dérivée avec les facteurs P, I et D pour produire la commande pour le système. Ainsi un «direct feed through» de l'état voulu, multiplié par F peut être ajouté.

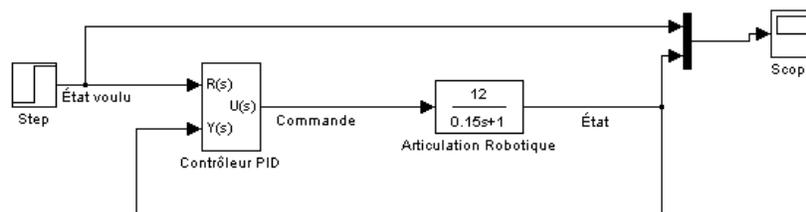


Figure 1: Le boucle fermée incluant le contrôleur et l'articulation robotique

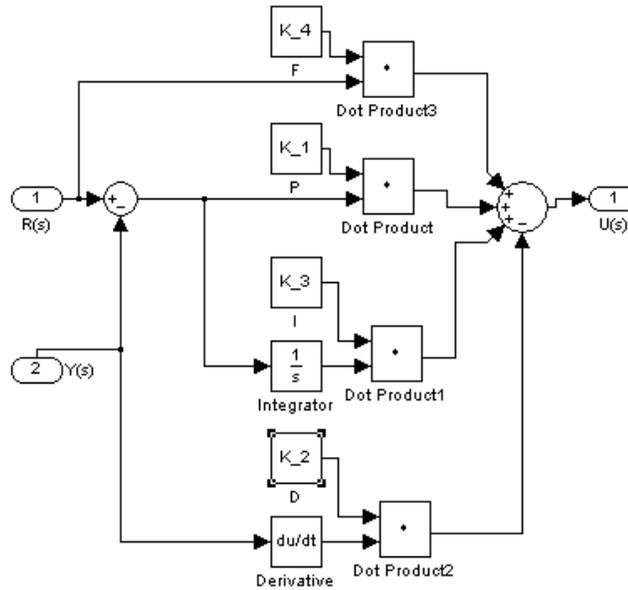


Figure 2: L'intérieur du PID

La commande U qui sort du PID se calcule comme suit:

$$U(s) = K_1(R(s) - Y(s)) - K_2 s Y(s) + K_3 \frac{R(s) - Y(s)}{s} + K_4 * R(s)$$

Eq. 1.1

2. Asservissement en position

La fonction d'une articulation robotique (moteur électrique) peut être représenté par

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K_m}{(\tau s + 1)s}$$

Eq. 2.1

ou

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{A}{s^2} \quad (\text{Sans frottement})$$

Eq. 2.2

Comme les fonctions de transfert (Eq. 2 et Eq. 3) ne possèdent pas de fréquence critique ($\Im(G(j\omega_{cr}))=0$), les règles selon Ziegler/Nichols ne peuvent pas être appliquées. Un autre approche, celui du positionnement des pôles de la fonction du transfert doit être utilisé.

Avec la fonction du transfert de l'articulation (Eq. 2) et la fonction du contrôleur PID (Eq. 1) on calcule que:

$$Y(s) = \frac{K_m}{(\tau s + 1)s} * U(s) = \frac{K_m}{(\tau s + 1)s} * [K_1(R(s) - Y(s)) - K_2 s Y(s) + K_3 \frac{R(s) - Y(s)}{s} + K_4 * R(s)]$$

Eq. 2.3

$$\begin{aligned} \rightarrow Y(s) &= \frac{K_m * K_1}{(\tau s + 1)s} R(s) - \frac{K_m * K_1}{(\tau s + 1)s} Y(s) - \frac{K_m * K_2}{(\tau s + 1)s} s Y(s) + \frac{K_m * K_3}{(\tau s + 1)s^2} R(s) - \frac{K_m * K_3}{(\tau s + 1)s^2} Y(s) + \frac{K_m * K_4}{(\tau s + 1)s} R(s) \\ \rightarrow Y(s) * [1 + \frac{K_m * K_1}{(\tau s + 1)s} + \frac{K_m * K_2}{(\tau s + 1)} + \frac{K_m * K_3}{(\tau s + 1)s^2}] &= \frac{K_m * K_1}{(\tau s + 1)s} R(s) + \frac{K_m * K_3}{(\tau s + 1)s^2} R(s) + \frac{K_m * K_4}{(\tau s + 1)s} R(s) \end{aligned}$$

Alors la fonction de transfert de la chaîne ouvert devient:

$$G_0(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{K_m * K_1}{(\tau s + 1)s} + \frac{K_m * K_3}{(\tau s + 1)s^2} + \frac{K_m * K_4}{(\tau s + 1)s}}{1 + \frac{K_m * K_1}{(\tau s + 1)s} + \frac{K_m * K_2}{(\tau s + 1)} + \frac{K_m * K_3}{(\tau s + 1)s^2}}$$

$$\rightarrow G_0(s) = \frac{(K_m * K_1 + K_m * K_4) * s + K_m * K_3}{(\tau s + 1)s^2 + K_m * K_1 * s + K_m * K_2 * s^2 + K_m * K_3} = \frac{(K_m * K_1 + K_m * K_4) * s + K_m * K_3}{\tau s^3 + (K_m * K_2 + 1) * s^2 + K_m * K_1 * s + K_m * K_3}$$

Eq. 2.3

Cette équation peut être écrit dans la forme:

$$G_0(s) = \frac{p_1 * p_2 * p_3 * (s - z_0)}{z_0 * (s - p_1)(s - p_2)(s - p_3)} = \frac{\frac{p_1 * p_2 * p_3 * s}{z_0} - p_1 * p_2 * p_3}{s^3 + (-p_1 - p_2 - p_3) * s^2 + (p_1 * p_2 + p_3(p_2 + p_1)) * s - p_1 * p_2 * p_3}$$

Eq. 2.4

En comparaison les coefficients on obtient les coefficients du PID en fonction des pôles:

$$\frac{K_1 * K_m}{\tau} = p_1 * p_2 + p_3 * p_2 + p_1 * p_3 \rightarrow K_1 = \frac{(p_1 * p_2 + p_3 * p_2 + p_1 * p_3) * \tau}{K_m}$$

Eq. 2.5.1

$$\frac{K_m * K_2 + 1}{\tau} = -p_1 - p_2 - p_3 \rightarrow K_2 = \frac{(-p_1 - p_2 - p_3) * \tau - 1}{K_m}$$

Eq. 2.5.2

$$\frac{K_m * K_3}{\tau} = -p_1 * p_2 * p_3 \rightarrow K_3 = \frac{-p_1 * p_2 * p_3 * \tau}{K_m}$$

Eq. 2.5.3

$$\frac{K_m * K_1 + K_m * K_4}{\tau} = \frac{p_1 * p_2 * p_3}{z_0} \rightarrow K_4 = \frac{-K_3}{z_0} - K_1$$

Eq. 2.5.4

Pour la fonction de transfert $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{A}{s^2}$, la relation entre les coefficients du PID et les pôles de la fonction de chaîne ouvert peut être calculé de la même façon. Le résultat est:

$$K_1 = \frac{(p_1 * p_2 + p_3 * p_2 + p_1 * p_3)}{A}$$

Eq. 2.6.1

$$K_2 = \frac{(-p_1 - p_2 - p_3)}{A}$$

Eq. 2.6.2

$$K_3 = \frac{-p_1 * p_2 * p_3}{A}$$

Eq. 2.6.3

$$K_4 = \frac{-K_3}{z_0} - K_1$$

Eq. 2.6.4

Selon les notes du cours ELE3201 [1], les pôles sont choisis à partir du temps de réponse (à 5%) T_r et du facteur d'amortissement ξ désiré avec:

$$\omega_n = 3/T_r$$

Eq. 2.7.1

$$p_{1,2} = -\omega_n \pm j * \omega_n * \sqrt{(1 - \xi^2)}$$

Eq. 2.7.2

$$p_3 = -(\text{nombre positive arbitraire})$$

Eq. 2.7.3

$$z_0 = p_3$$

Eq. 2.7.4

Exemple

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K_m}{(\tau s + 1)s} \quad \text{avec} \quad K_m = 12 \frac{\text{rad}}{(\text{V} * \text{sec})}, \quad \tau = 0.15 \text{ sec}$$

- Temps de réponse (5%) en mode suiveur désiré: $T_r < 0.5 \text{ sec}$
- Dépassement inférieur à 5% en mode suiveur
- Erreur à régime inférieure à 0.1 rad en mode suiveur
- Temps de stabilisation inférieur à 2 sec en mode suiveur
- Minimiser l'influence de perturbation
- Commande maximale 4 V
- États de l'articulation possibles -3.14 à +3.14 rad

La simulation de ce système en SIMULINK:

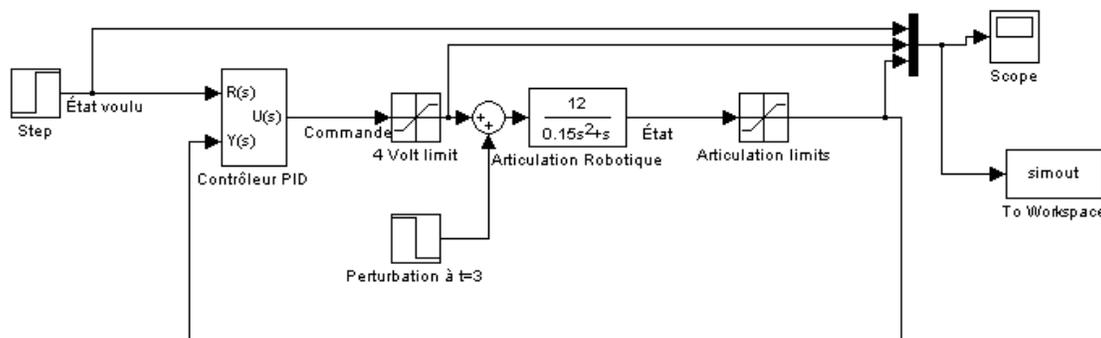


Figure 3: Simulation du système de contrôle de position avec PID en SIMULINK

Le signal $R(s)$ change à $t=0$ sec de 0 à 2 rad. La commande sortant du PID est limitée à une amplitude maximale de 4V. À ce signal s'ajoute au temps $t=3$ sec une perturbation de -1 V. L'état de l'articulation est, lui aussi, limité pour ne pas dépasser une amplitude de 3.14 rad.

Les gains du PID sont calculés en utilisant les équations 2.5 et 2.7 avec $T_r=0.2\text{ sec}$, $\xi=0.95$ et $p_3=-10$. Les gains résultants sont:

$$K1 = 6.3750, K2 = 0.3979, K3 = 28.1250 \text{ et } K4 = -3.5625$$

Le résultat de la simulation est le suivant:

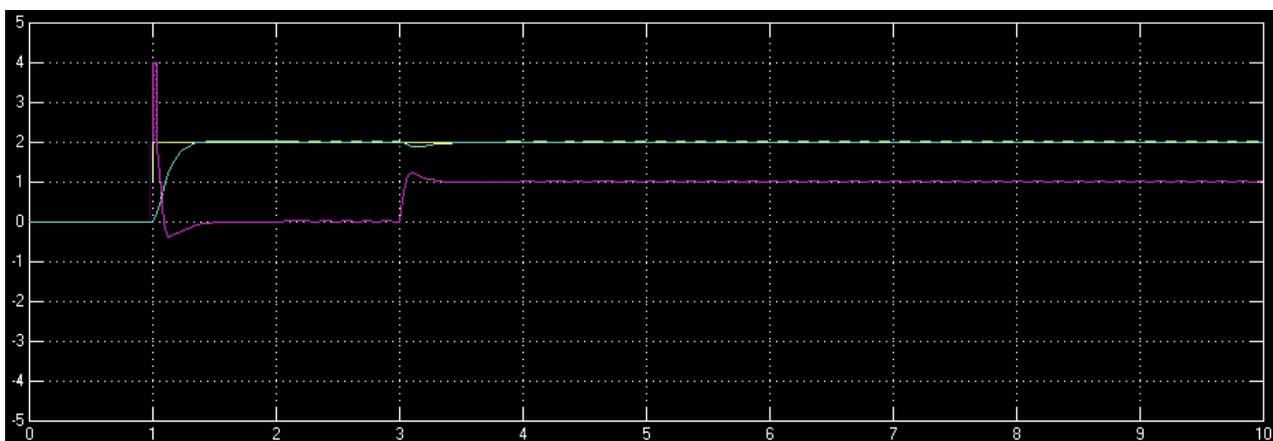


Figure 4: Le résultat e la simulation. Jaune: Position commandé, Bleu: Position réelle, Violet: Signal de commande

Il est bien visible comme la sortie de la fonction de transfert (en bleue) suit l'état désiré (en jaune) avec les spécifications requis, en mode suiveur ($t=1$) ainsi que en mode régulateur ($t=3$).

Le seul problème qui arrive est que à $t=1$, le PID aimerait envoyer une commande (en violet) plus grande que 4 Volts vers le moteur, mais il n'est pas capable de le faire. Comme le calcul des gains ne prend pas compte des limites de sortie du PID, le temps de réponse réel est plus grand que les 0.2 sec envisagés mais encore bien plus petit que les 0.5 sec demandées.

3. Asservissement en vitesse

Pour l'asservissement en vitesse d'une articulation robotique, la fonction du transfert est: $v(s) = \frac{K_m}{s\tau + 1}$

Eq. 3.1

Comme la partie dérivative du PID produit un boucle de calcul, seulement les parties P, I et F sont utilisées.

La fonction du transfert du contrôleur PI: $u(s) = K_1[v_D(s) - v(s)] + K_3 \frac{[v_D(s) - v(s)]}{s} + K_4 v_D(s)$

Eq. 3.2

Alors:

$$v(s) = \frac{K_m}{s\tau + 1} * u(s) = \frac{K_m}{s\tau + 1} * (K_1[v_D(s) - v(s)] + K_3 \frac{[v_D(s) - v(s)]}{s} + K_4 v_D(s))$$

$$\rightarrow v(s) = \frac{K_m * K_1}{s\tau + 1} * v_D(s) - \frac{K_m * K_1}{s\tau + 1} * v(s) + \frac{K_m * K_3}{s(s\tau + 1)} * v_D(s) - \frac{K_m * K_3}{s(s\tau + 1)} * v(s) + \frac{K_m * K_4}{s\tau + 1} * v_D(s)$$

$$\rightarrow [1 + \frac{K_m * K_1}{s\tau + 1} + \frac{K_m * K_3}{s(s\tau + 1)}] * v(s) = [\frac{K_m * K_1}{s\tau + 1} + \frac{K_m * K_3}{s(s\tau + 1)} + \frac{K_m * K_4}{s\tau + 1}] * v_D(s)$$

$$\rightarrow v(s) = \frac{\frac{K_m * K_1}{s\tau + 1} + \frac{K_m * K_3}{s(s\tau + 1)} + \frac{K_m * K_4}{s\tau + 1}}{1 + \frac{K_m * K_1}{s\tau + 1} + \frac{K_m * K_3}{s(s\tau + 1)}} * v_D(s)$$

$$\rightarrow v(s) = \frac{s * [K_m * K_1 + K_m * K_4] + K_m * K_3}{s(s\tau + 1) + s * K_m * K_1 + K_m * K_3} * v_D(s)$$

$$\rightarrow v(s) = \frac{s * [K_m * K_1 + K_m * K_4] + K_m * K_3}{s^2 * \tau + s + s * K_m * K_1 + K_m * K_3} * v_D(s)$$

$$\rightarrow v(s) = \frac{\frac{(K_m * K_1 + K_m * K_4)}{\tau} * s + \frac{K_m * K_3}{\tau}}{s^2 + \frac{(1 + K_m * K_1)}{\tau} * s + \frac{K_m * K_3}{\tau}} * v_D(s)$$

$$\rightarrow \text{La fonction de la chaîne ouvert: } F(s) = \frac{v(s)}{v_D(s)} = \frac{\frac{(K_m * K_1 + K_m * K_4)}{\tau} * s + \frac{K_m * K_3}{\tau}}{s^2 + \frac{(1 + K_m * K_1)}{\tau} * s + \frac{K_m * K_3}{\tau}}$$

Eq. 3.3

Ce qui est à rendre à la forme: $F(s) = \frac{p_1 * p_2 (s + z_0)}{z_0 (s - p_1)(s - p_2)} = \frac{p_1 * p_2 * s + p_1 * p_2 * z_0}{s^2 + (-p_1 - p_2) * s + p_1 * p_2 * z_0}$

Eq. 3.4

En comparaisant Eq. 3.3 et 3.4 on trouve la relation entre les gains du PI et les pôles:

$$-p_1 - p_2 = \frac{1 + K_m * K_1}{\tau} \rightarrow K_1 = \frac{[\tau(-p_1 - p_2) - 1]}{K_m}$$

Eq. 3.4.1

$$\frac{K_m * K_3}{\tau} = p_1 * p_2 \rightarrow K_3 = \frac{p_1 * p_2 * \tau}{K_m}$$

Eq. 3.4.2

$$\frac{K_m * K_1 + K_m * K_4}{\tau} = \frac{p_1 * p_2}{z_0} \rightarrow K_4 = \frac{-K_3}{z_0} - K_1$$

Eq. 3.4.3

Selon les notes du cours ELE6207 [1], les pôles sont choisis à partir du temps de réponse (à 5%) T_r de façon suivante:

$$z_0 = p_2$$

Eq. 3.5.1

$$p_2 = -(\text{nombre positive arbitraire})$$

Eq. 3.5.2

$$p_1 = -3/T_r$$

Eq. 3.5.3

Exemple

Au lieu de contrôler la position, on veut faire un asservissement du système discuté avant.

La fonction de transfert est alors: $v(s) = \frac{K_m}{s\tau + 1}$ avec $K_m = 12 \frac{\text{rad}}{(\text{V} * \text{sec})}$, $\tau = 0.15 \text{ sec}$

- Temps de réponse (5%) en mode suiveur désiré: $T_r < 0.5 \text{ sec}$
- Dépassement inférieur à 5% en mode suiveur
- Erreur à régime inférieure à 0.1 rad en mode suiveur
- Temps de stabilisation inférieur à 2 sec en mode suiveur
- Minimiser l'influence de perturbation
- Commande maximale 4 V

La simulation de ce système en SIMULINK:

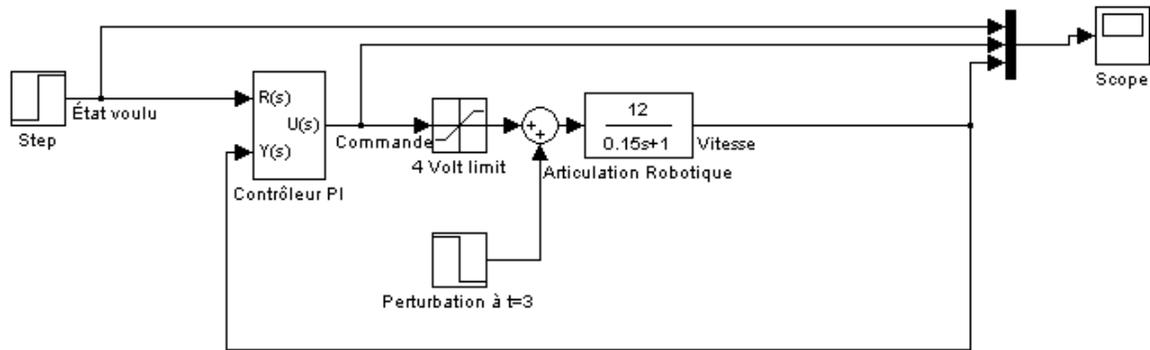


Figure 5: Simulation de l'asservissement en vitesse avec contrôleur PI

Les gains du PI sont calculés utilisant les équations 3.4 et 3.5 avec $T_r=0.2\text{sec}$ et $p_2=-20$. Les gains résultants sont:

$K1 = 0.3542, K3 = 3.7500$ et $K4 = -0.1667$

Encore une fois, à $t=3\text{s}$ une perturbation constante est ajouté pour vérifier le mode régulateur du PI.

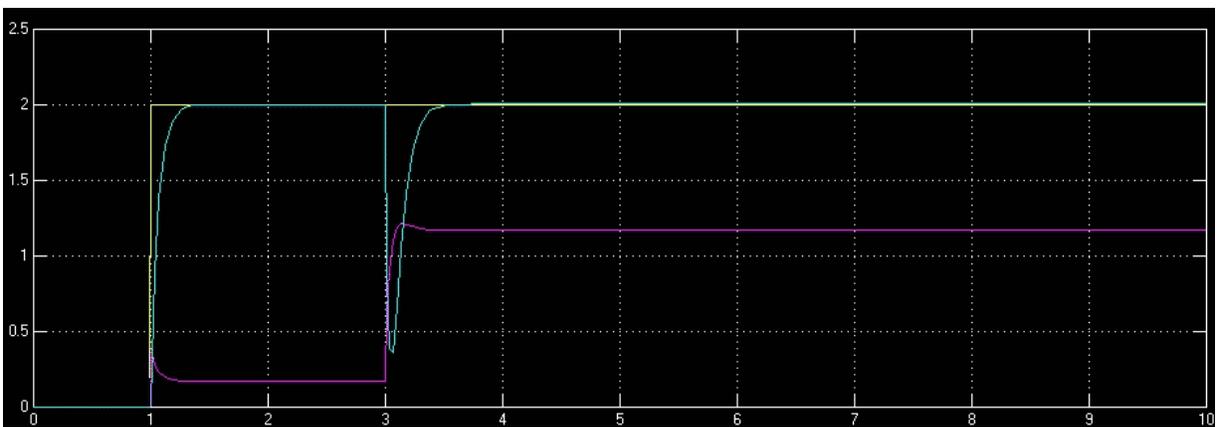


Figure 6: Résultat de la simulation. Jaune: Vitesse commandé, Bleu: Vitesse réelle, Violet: Signal de commande

C. Le contrôle avec observateur/contrôleur d'état

1. L' observateur/contrôleur d'état

Dans la section précédente il n'y avait que une variable d'état du système à contrôler, soit la position ou la vitesse de l'articulation. Mais assez souvent l'état du système est constitué de plusieurs variables. Par exemple si il y a une connexion élastique entre le moteur et la roue on a la position et la vitesse du moteur ainsi que la position et vitesse de la roue.

Ces systèmes sont souvent représenté par le modèle suivante:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B*u \\ y &= Cx + D*u \end{aligned}$$

Eq. 1.1

Avec l'état du système x , la commande u et l'observation y . A , B , C et D sont des matrices dépendant du système.

Le contrôleur d'état

Le contrôleur d'état peut être vue comme plusieurs contrôleurs simples, un pour chaque variable, en parallèle. En cas de deux variables, cela peut avoir l'air suivant:

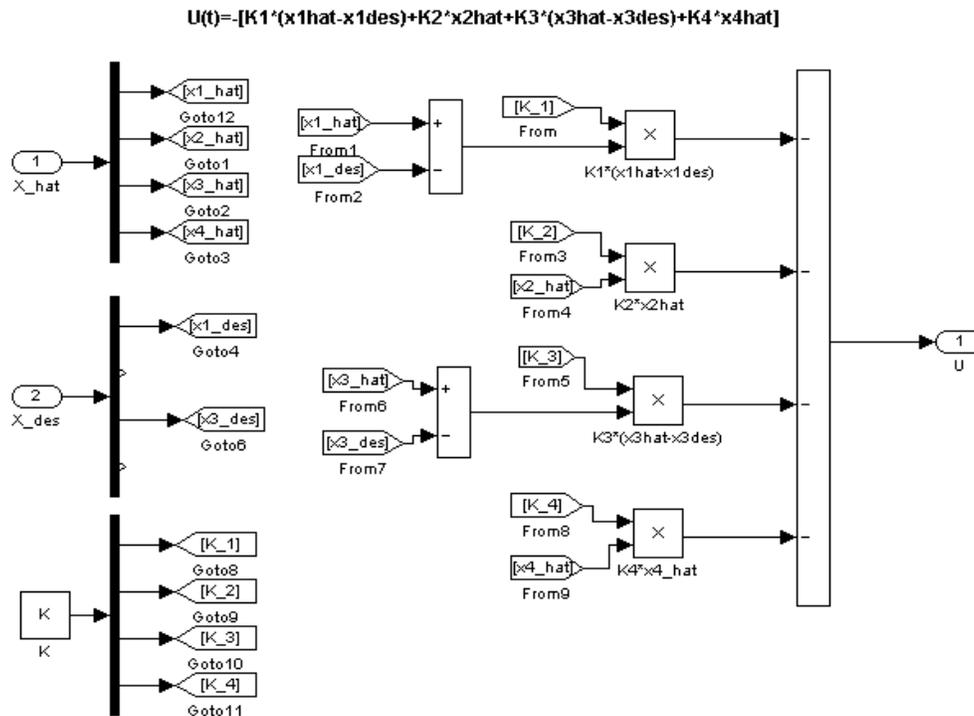


Figure 7: Contrôleur d'état PD avec x_1 =position moteur, x_2 =vitesse moteur, x_3 =position roue, x_4 =vitesse roue.

Les constantes d'amplification du régulateur sont calculés eux aussi par placement de pôles. Selon les notes du cours ELE6207 [2], la fonction « place » de « Matlab Control Systems Toolbox » peut être utilisé pour le calcul des constantes à partir de l'équation caractéristique du système.

L'équation caractéristique d'un système de forme $\dot{X} = AX + B*u$:

$$\det(I_1 + A + B * K_{ctr}) = (s - p_1)(s - p_2)(s - p_3)(s - p_4)$$

Eq. 1.2

La commande Matlab pour le calcul des gains $K=(K1, K2, K3, K4)'$ du contrôleur type PD est:

$$K_{ctr} = place(A, B, (p1, p2, p3, p4)')$$

En plaçant les pôles de plus en plus vers le négative, le contrôle réagit de plus en plus rapide.

L'observateur d'état

Si tous les variables du système peuvent être observé, un observateur d'état n'est pas nécessaire. Mais quand, au lieu de l'état du système, une valeur dépendant de ce système, par exemple un potentiel électrique venant d'un capteur, est observé, il faut introduire un observateur qui essaye de deviner l'état du système à partir de ce signal.

Pour le faire, la modélisation du système est utilisé, en ajoutant une correction d'erreur entre le signal de retour attendu \hat{y} et le signal réel y , du à l'identification imparfait des matrices du système \hat{A} , \hat{B} , \hat{C} et \hat{D} .

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= \hat{A} \hat{x} + \hat{B} * u + K_{obs} * (y - \hat{y}) \\ \hat{y} &= \hat{C} \hat{x} + \hat{D} * u \end{aligned}$$

Eq. 1.3

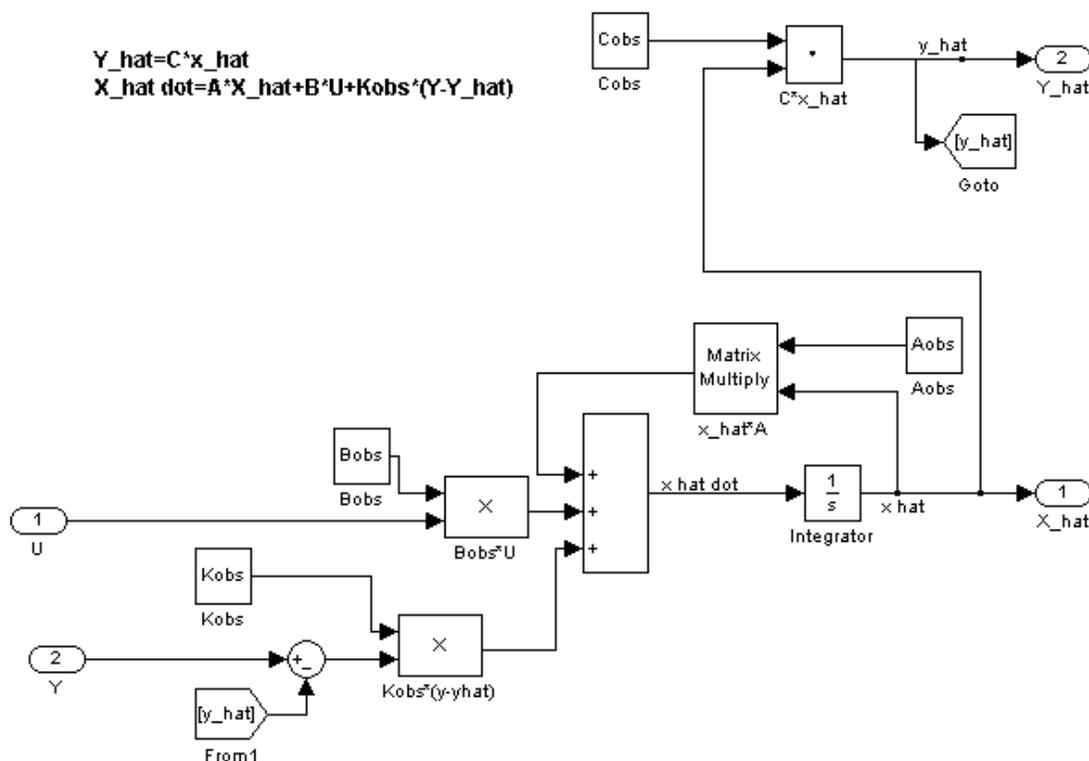


Figure 8: Implémentation d'un observateur d'état

Le gain de pondération de cette erreur, K_{obs} , peut lui aussi être calculé par placement de pôles à partir de l'équation caractéristique.

L'équation caractéristique de l'observateur selon les notes de cours ELE6207 [2]:

$$\det(I_1 - \hat{A} + K_{obs} * \hat{C}) = (s - p_1)(s - p_2)(s - p_3)(s - p_4)$$

Eq. 1.4

Alors:

$$K_{obs} = \text{place}(\hat{A}', \hat{C}, (p_1, p_2, p_3, p_4)')$$

Il est important que l'observateur soit plus rapide que le contrôleur utilisé dans le même boucle d'asservissement. Dont les pôles utilisés pour le calcul de K_{obs} doivent être plus négative que celles utilisés pour le contrôleur.

$$p_{obs} = k * p_{ctr}$$

Eq. 1.5

2. Asservissement en position

Pour l'asservissement en position, le système de simulation complet à l'air suivante:

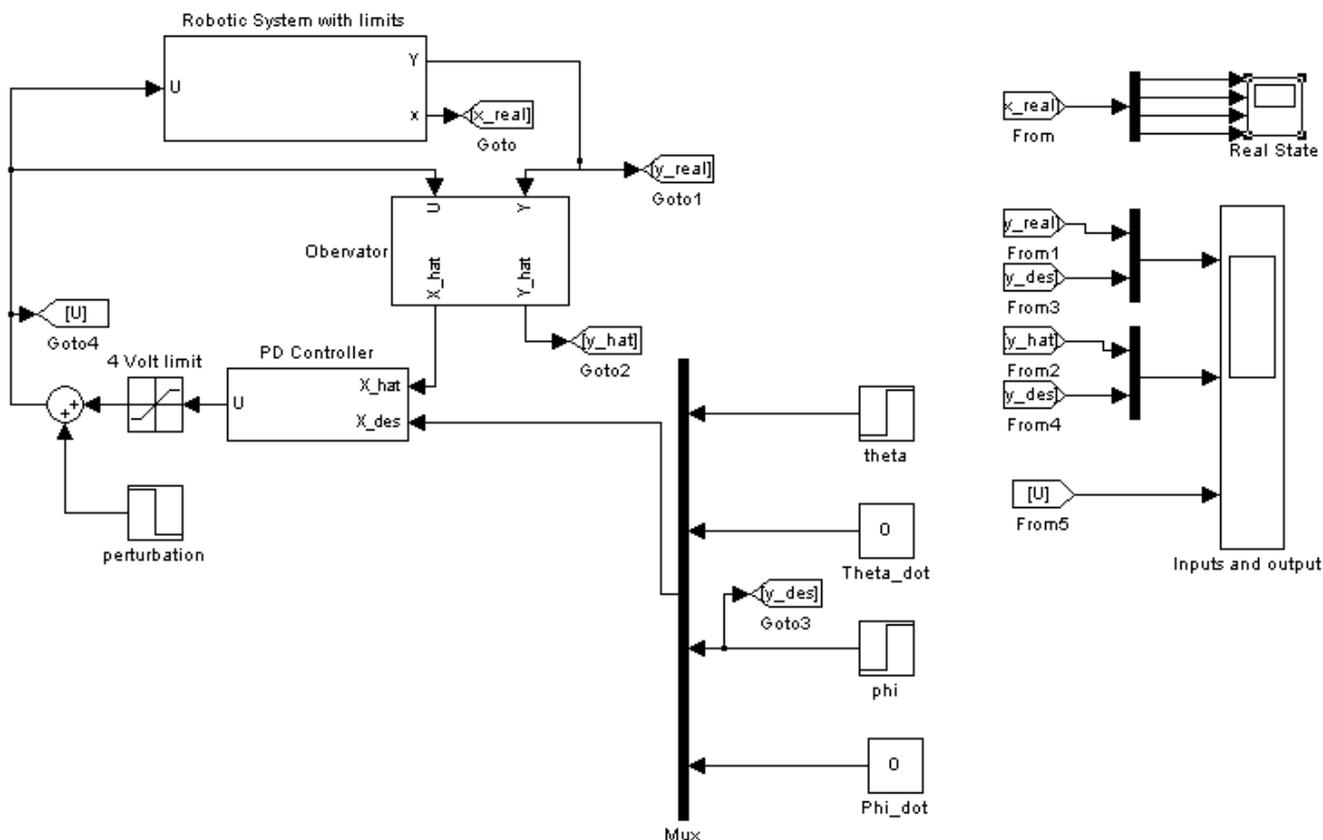


Figure 9: Système à boucle fermé incluant l'observateur et le régulateur PD

Exemple

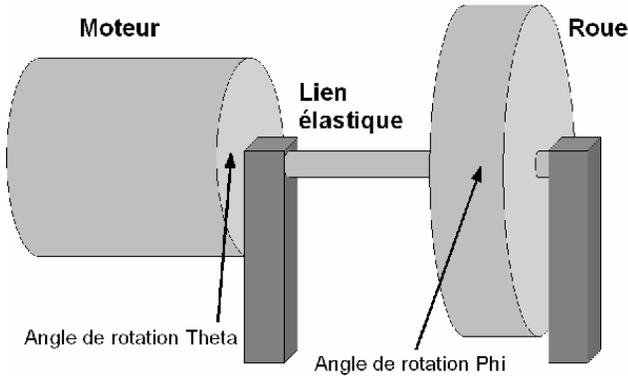


Figure 10: Le système étudié

Une articulation isolé avec un lien élastique est étudié. Un moteur avec angle de rotation θ est connecté avec un lien élastique à une roue, dont on veut contrôler l'angle de rotation ϕ .

Conditions:

- ϕ est la seule valeur qui peut être mesurée.
- La voltage u maximale est de +4V.
- L'angle maximale est de +pi pour ϕ .
- $\phi(t=0)=\theta(t=0)=0$
- $\phi_{des}(t>1)=2$
- Perturbation à partir de t=5

Modèle du système (selon [2]):

$$\dot{x} = Ax + B*u$$

$$y = Cx + D*u$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{-K_r}{I_1} & \frac{1}{t_1} & \frac{-K_r}{I_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{K_r}{I_2} & 0 & \frac{-K_r}{I_2} & \frac{-1}{t_1} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_m}{t_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad D = 0$$

$$x = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T, \quad x_1 = \theta, x_2 = \dot{\theta}, \quad x_3 = \phi, x_4 = \dot{\phi}$$

$K_r=0.2$: Constante d'élasticité du lien

$K_m=10.5$: Gain statique de l'actionneur

$t_1=0.12$: Constante de temps de l'actionneur

$t_2=0.75$: Constante de temps du segment

$I_1=0.002$: Inertie de l'actionneur

$I_2=0.0015$: Inertie du segment

Le modèle Simulink du système est celui présenté au fin de la page précédente.

Vu que en réalité on ne connaît jamais les constantes exactes du système (En fait, même le modèle qu'on utilise est probablement une approximation), pour le calcul de K_{obs} et K_{ctr} selon les équations 1.2 et 1.4, les constantes estimées suivantes ont été utilisées:

$K_r=0.21$: Constante d'élasticité du lien estimé

$K_m=11.5$: Gain statique de l'actionneur estimé

$t_1=0.114$: Constante de temps de l'actionneur estimé

$t_2=0.9$: Constante de temps du segment estimé
 $I_1=0.0019$: Inertie de l'actionneur estimé
 $I_2=0.0021$: Inertie du segment estimé

Avec les pôles du contrôleur choisis $P_{ctr}=[-20+0.1*i; -20-0.1*i; -30+0.3*i; -30-0.3*i]$ et celles de l'observateur $P_{obs}=5*P_{ctr}$, on obtient (fonction place de Matlab selon les équations 2 et 4):

$K_{ctr}=[38.1167; 1.0324; -7.2557; 3.6230]$

$K_{obs}=[6.6736e+004; 1.5676e+006; 490.1170; 8.7438e+004]$

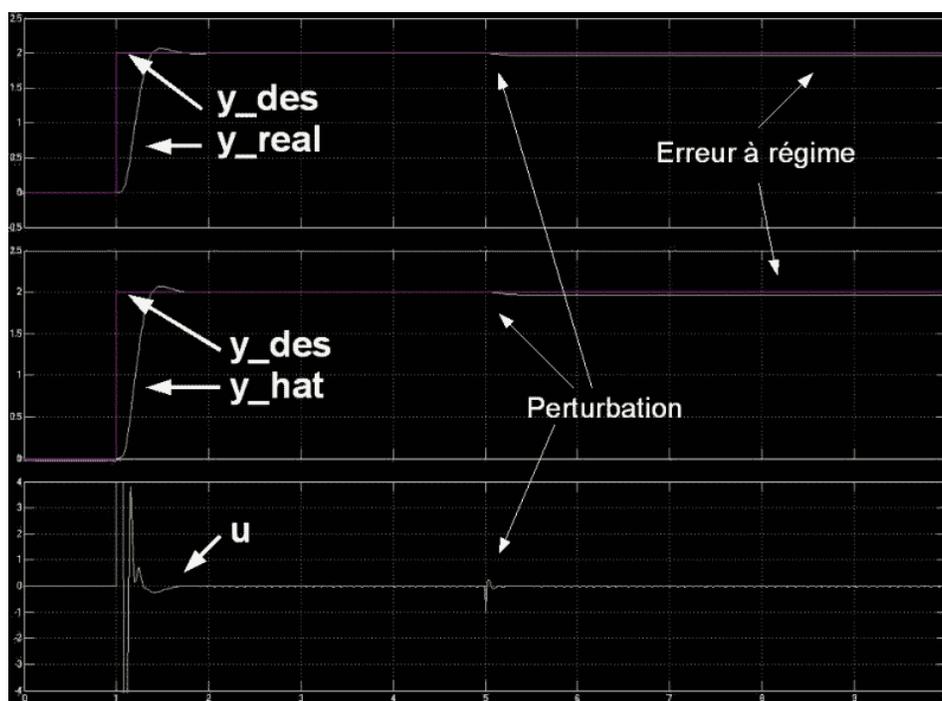


Figure 11: Résultat de la simulation

Le résultat de la simulation montre un bon comportement en mode suiveur. La perturbation par contre produit une erreur à régime qui ne peut pas être compensée par le contrôleur PD. On va revenir à cela plus tard.

Dans la figure précédente on ne voit pas de différence entre \hat{y} estimé par l'observateur et le y réel. L'observateur est capable de corriger l'inexactitude dans les paramètres du système estimés avec la partie $+K_{obs}*(y-\hat{y})$ de l'équation 3. Par contre, si on choisit $K_{obs}=[0\ 0\ 0\ 0]'$, l'observateur produit un \hat{x} fautive, résultant à une erreur à régime parce que le contrôleur corrige un état (\hat{x}) qui ne correspond pas au vrai état du système.

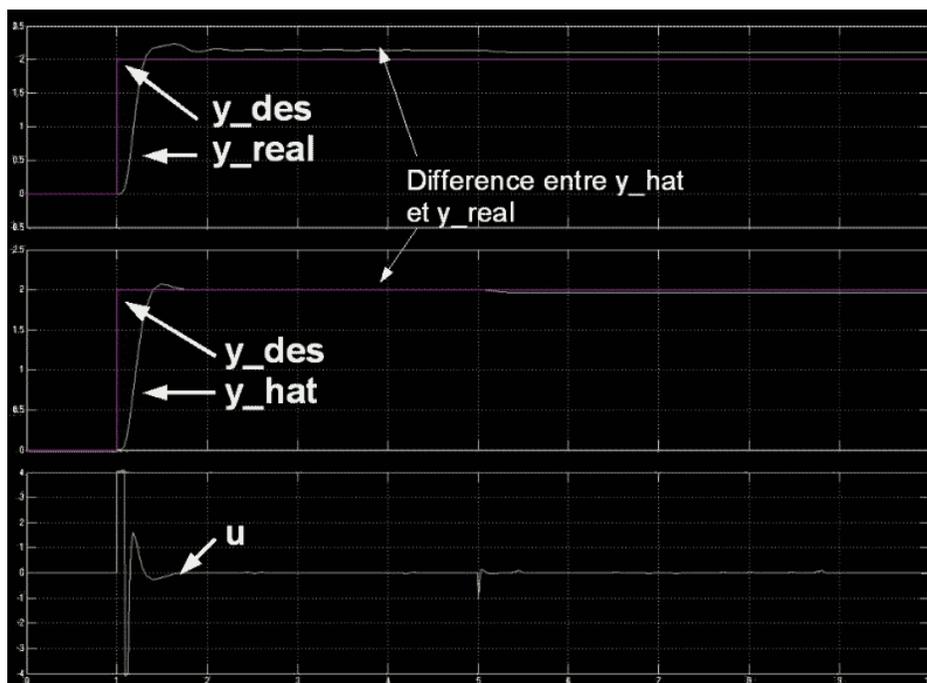


Figure 12: Résultat de la simulation avec $K_{obs}=0$

Revenons au problème d'erreur à régime. Celui-ci peut être enlevé en ajoutant une partie intégrante au contrôleur et le rendant un contrôleur PID.

$$U(t) = -(K_1 + K_{int1}/s)(x_1\hat{h} - x_1\text{des}) + K_2 \cdot x_2\hat{h} + (K_3 + K_{int2}/s)(x_3\hat{h} - x_3\text{des}) + K_4 \cdot x_4\hat{h}$$

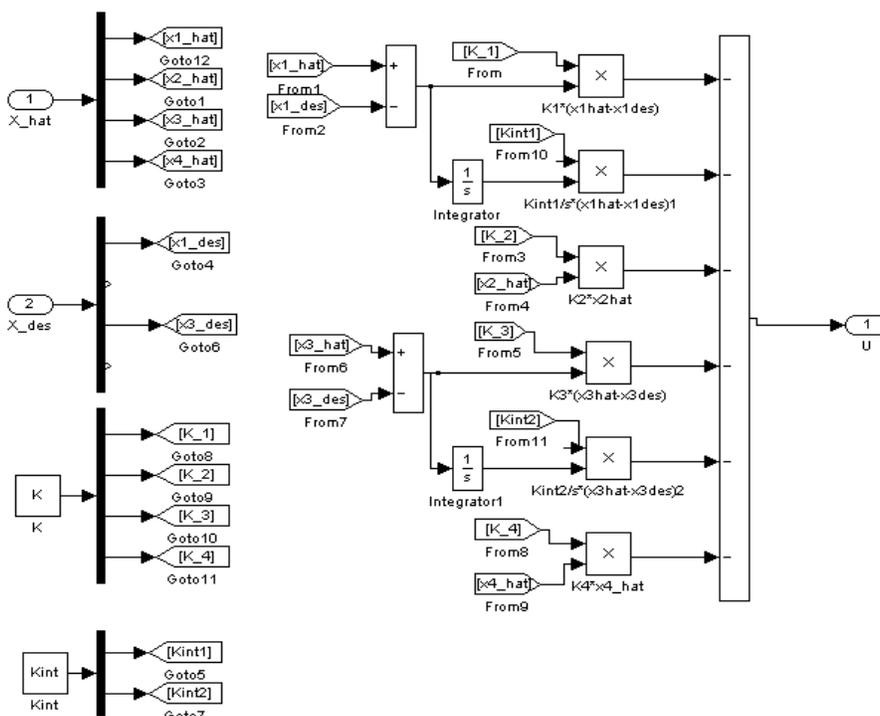


Figure 13: Le contrôleur PID pour deux articulations

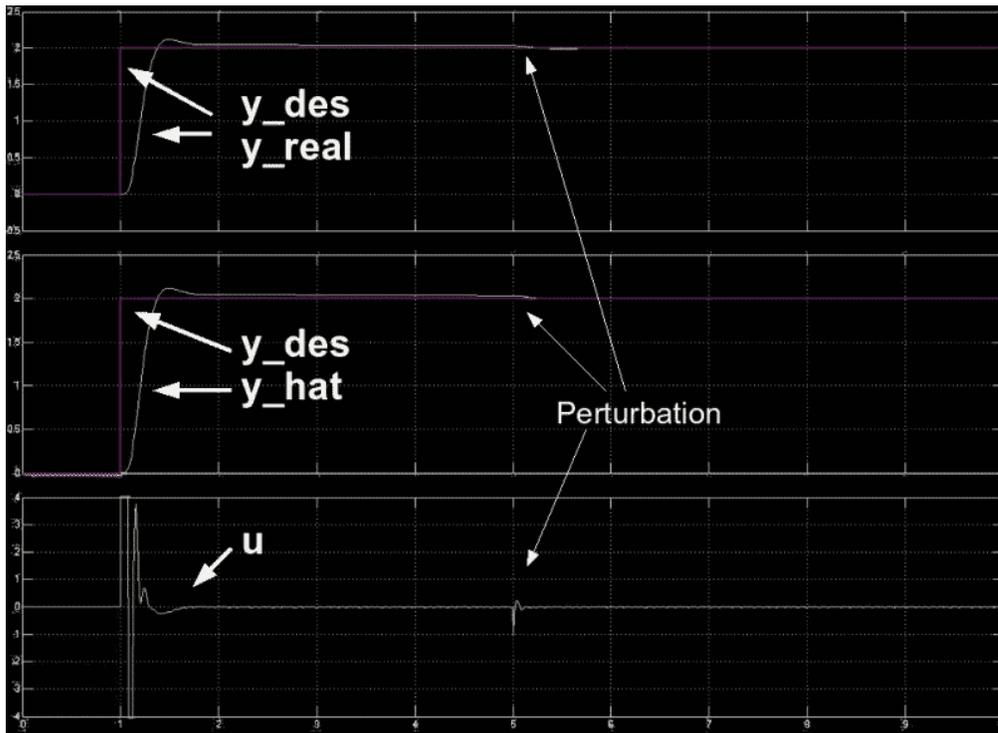


Figure 14: Résultat de simulation avec contrôleur PID. $K_{int}=[2, 2]^T$

3. Asservissement en vitesse

Un asservissement en vitesse peut être réalisé avec un asservissement en position. L'idée est de calculer la position demandée dépendant de la vitesse et du temps en intégrant la vitesse demandée. Ensuite on envoie ces signaux au même système de contrôleur/observateur que pour l'asservissement en position.

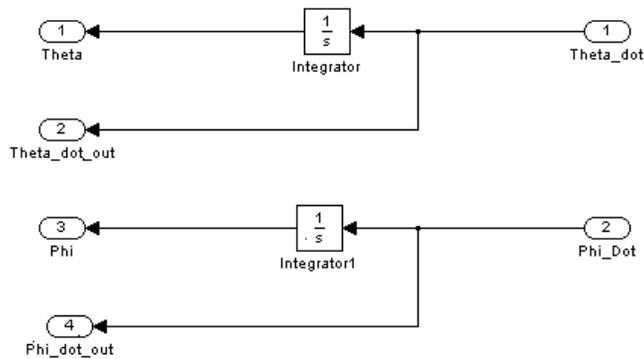


Figure 15: Conversion des signaux demandés.

Exemple

Asservissement en vitesse du système présenté sous point deux.

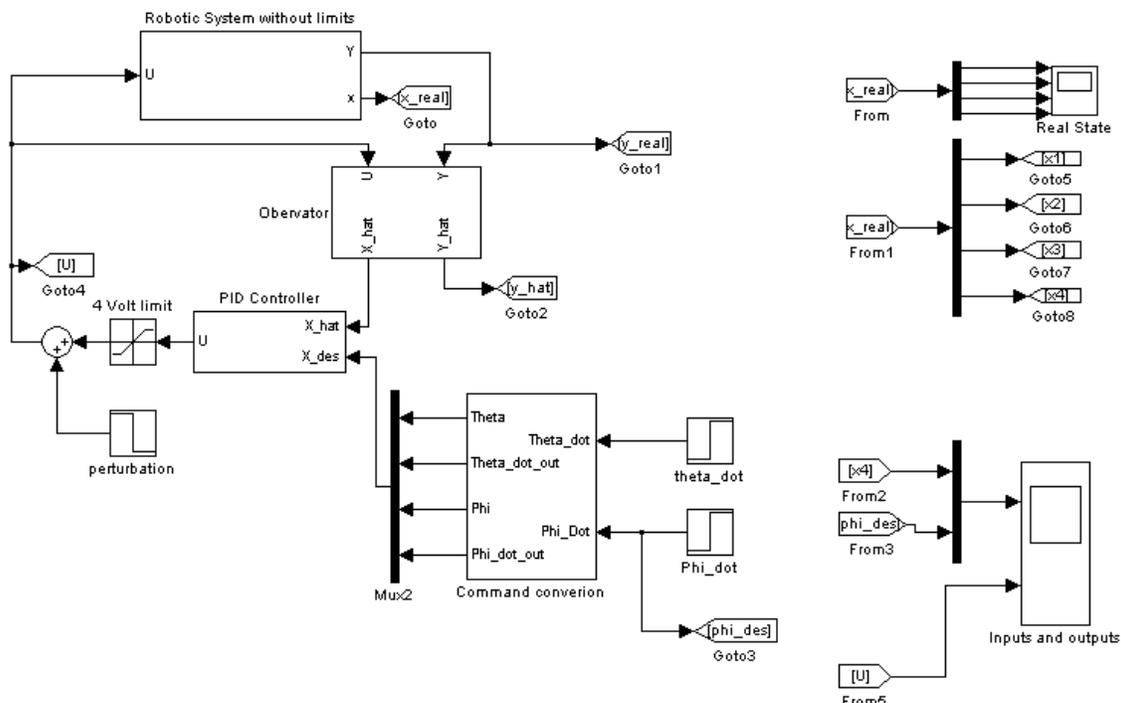


Figure 16: Le système de simulation pour l'asservissement en vitesse

Comme le même système à boucle fermé, sauf la commandé, que pour l'asservissement en position est utilisé, les mêmes coefficients sont choisis pour le contrôleur et l'observateur.

La seule chose qui doit être changé au système, est d'enlever les limites de l'articulation pour être capable de tourner plus long temps.

Le résultat de simulation est:

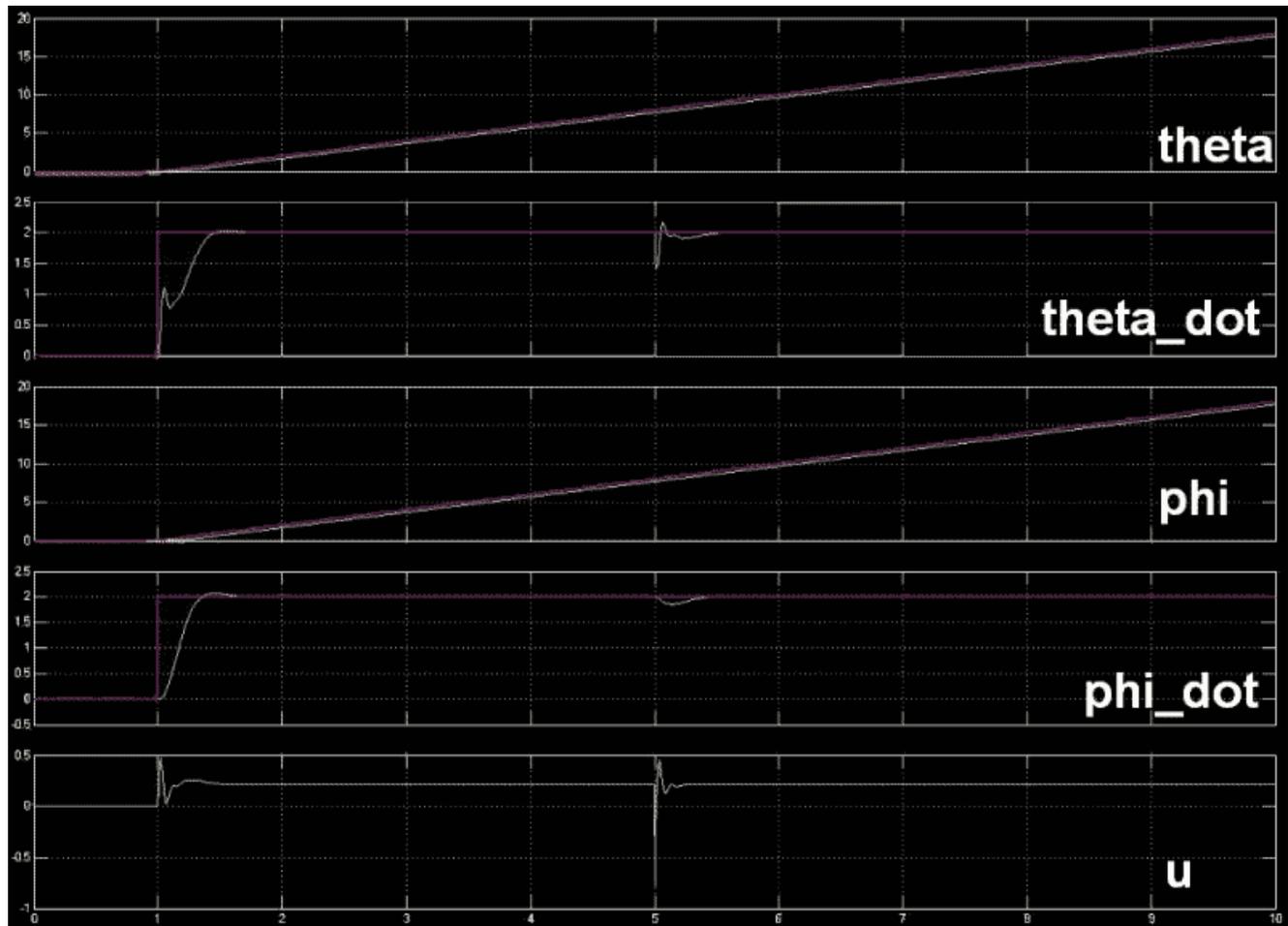


Figure 17: L'état désiré (violet) et l'état réel du système simulé

L'asservissement en vitesse marche très bien, en mode suiveur ($0 < t < 5$) ainsi que en mode régulateur ($t > 5$) en compensant la perturbation introduit.

Mais si on regarde bien les angles θ et ϕ , on voit quelque chose qui semble bizarre au premier moment: θ est toujours un petit peu plus grande que ϕ , bien qu'on les commande à avoir la même valeur à chaque instant. La valeur de la différence en régime permanent est de 0.02 rad.

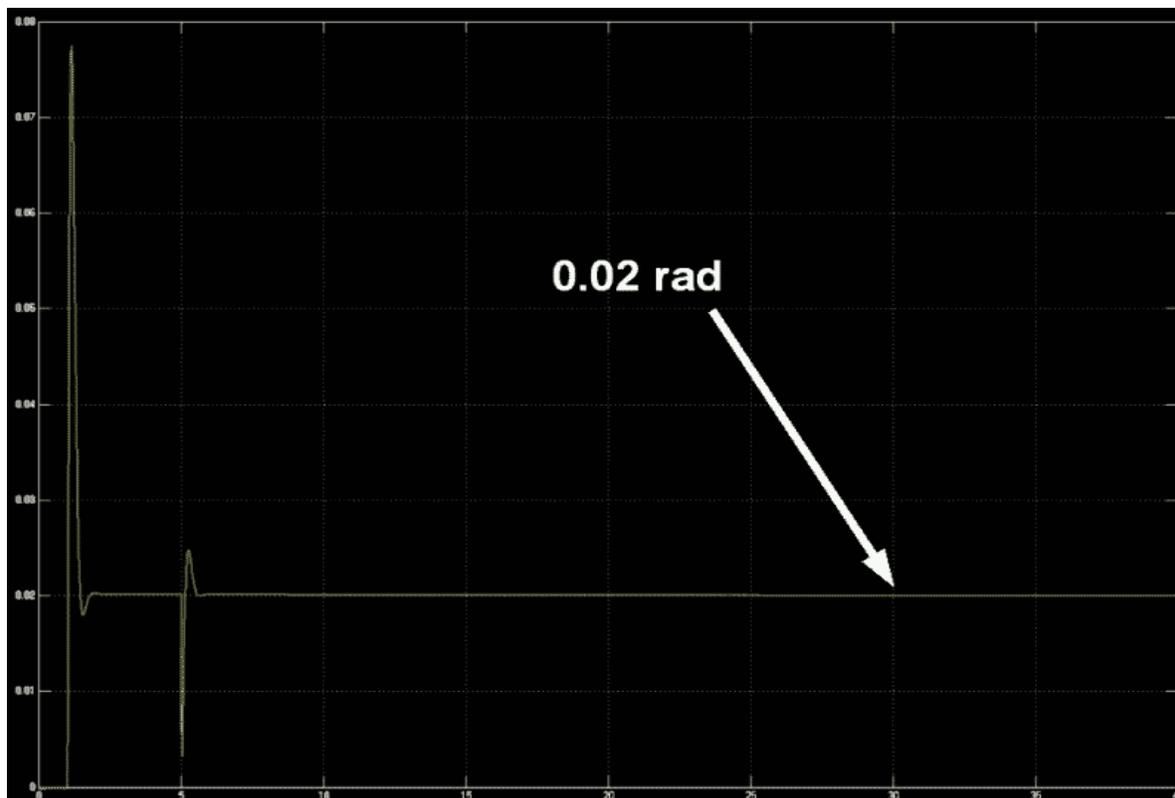


Figure 18: Différence entre Thêta et Phi

L'explication se trouve dans le système étudié. Il inclut la friction au support de la roue, qui produit un moment qui, en régime permanent sans changements de vitesse, doit être compensé par le lien élastique.

Selon le loi des liens élastiques, un telle moment résulte en une différence en position.

$$M = K_r * (\theta - \phi)$$

Alors on a demandé un état qui n'est pas réalisable, soit que $\phi(t) = \theta(t)$.

Pour l'asservissement en vitesse présenté, cela n'a pas posé un grand problème. Mais si la friction est grande et le contrôleur instable, une telle négligence pourrait peut être résulter dans une oscillation.

Une solution possible serait de calculer, à l'aide de l'équation 6, la différence nécessaire entre ϕ et θ en fonction de la vitesse (Le moment de friction est dépendant de la vitesse).

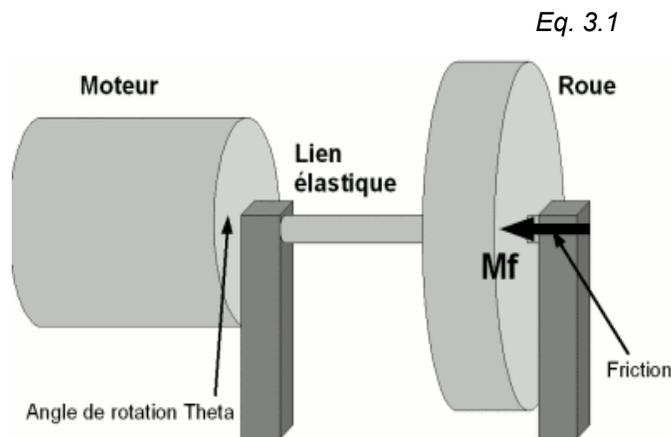


Figure 19: Le système étudié

D. Conclusion

Il a été montré comment un asservissement en position et en vitesse peuvent être atteint avec un contrôleur PID simple et avec un système d'observateur/régulateur d'état. Avec la méthode de placement de pôles, les gains du contrôleur peuvent être choisis telle que le temps de réponse demandé peut être atteint pendant que le dépassement est minimisé.

Quand même il est important de ne pas se confier aveuglément aux gains obtenus, car le calcul ne prend compte ni des signaux de commande qui peuvent être envoyés au système, ni des limites d'articulation d'un robot. Il faut alors vérifier ces valeurs et si nécessaire les corriger. Pour éviter des dommages au robot à cause des limites articulaires frappées accidentellement, il peut même être intéressant d'installer des mesures de sécurité additionnelles.

Ce qui concerne l'asservissement en vitesse avec observateur/régulateur d'état utilisant le contrôleur de position en calculant les positions nécessaires, on a vu que pour l'exemple donné la méthode fonctionne.

Finalement, le dernier exemple a montré qu'ils existent des commandes physiquement irréalisables. Ce phénomène n'est pas restreint à l'asservissement en vitesse, mais doit exister pour tous les systèmes avec moins de variables de contrôle que variables à contrôler (underactuated systems). Ce qui serait intéressant à déterminer, est comment un contrôleur réagit en cas d'une telle commande impossible pour qu'on puisse assurer que le système reste stable.

Références

- [1] *Notes de cours ELE3201, Asservissement*, École Polytechnique de Montréal
- [2] Romano de Santis, *Notes de cours ELE6207, Commande des systèmes robotiques*, École Polytechnique de Montréal