

MEC6513

Étude des propriétés du rétro-rélecteur prisme par simulation

Par
Stefan Bracher

Projet présenté à René Mayer

30. octobre 2006

1. Introduction

L'interférométrie laser est utilisée fréquemment pour la métrologie des machines outils. Pour la réflexion du faisceau laser, des rétro-rélecteurs sont utilisés. La question qui se pose est, si un déplacement latéral ou une rotation du rétro-rélecteur a une influence sur la mesure faite par l'interférométrie.

Une simulation du rétro-rélecteur est faite avec le logiciel MATLAB® pour quantifier les effets du déplacement latéral et de la rotation sur le trajet optique, le parallélisme du faisceau incident et rétro-réfléchi, ainsi que la distance séparant les faisceaux incidents et rétro-réfléchis.

2. Développements

a) Fonctions de réflexion (reflec) et de réfraction (refrac)

Pour la programmation de la fonction du rétro-rélecteur prisme, les fonctions de réflexion (reflec) et de réfraction (refrac) fournies par René Mayer sont utilisées. Elles ne sont pas incluses dans l'annexe en raison de questions de propriétés intellectuelles, mais leur fonctionnement peut facilement être deviné.

La fonction reflec() - Réflexion à une interface.:

Syntaxe: $[a1,b1] = \text{reflec}(a0,b0,m,n);$

a0: un point sur le faisceau incident
 b0: cosinus directeur du faisceau incident
 a1: point d'incidence sur l'interface
 b1: cosinus directeur du faisceau après réflexion
 m: un point sur la surface
 n: cosinus directeur de la normale à la surface

Test 1: Réflexion (90°): $a0=[0 \ 0 \ 0]'$, $b0=[1 \ 0 \ 0]'$, $m=[1 \ 0 \ 0]'$, $n=[-1 \ 0 \ 0]'$
 Résultat attendu: $a1=m$, $b1=[-1 \ 0 \ 0]'$
 Résultat MATLAB®: $a1=[1 \ 0 \ 0]'$, $b1=[-1 \ 0 \ 0]'$

Test 2: Réflexion (45°): $a0=[0 \ 0 \ 0]'$, $b0=[1 \ 0 \ 0]'$, $m=[1 \ 0 \ 0]'$, $n=[-\text{sqrt}(0.5) \ \text{sqrt}(0.5) \ 0]'$
 Résultat attendu: $a1=m$, $b1=[0 \ 1 \ 0]'$
 Résultat MATLAB®: $a1=[1 \ 0 \ 0]'$, $b1=[-0.0000 \ 1.0000 \ 0]'$

Test 3: Réflexion (180°): $a0=[0 \ 0 \ 0]'$, $b0=[1 \ 0 \ 0]'$, $m=[1 \ 0 \ 0]'$, $n=[0 \ 1 \ 0]'$
 Résultat attendu: $a1$ inexistant, $b1=[1 \ 0 \ 0]'$
 Résultat MATLAB®: $a1=[\text{NaN} \ \text{NaN} \ \text{NaN}]'$, $b1=[1 \ 0 \ 0]'$

La fonction refrac() - Réfraction à une interface:

Syntaxe: $[a1,b1] = \text{refrac}(a0,b0,n0,n1,m,n)$

a0: un point sur le faisceau incident
 b0: cosinus directeur du faisceau incident
 n0: indice de réfraction du milieu incident (0)
 n1: indice de réfraction du milieu de réfraction (0) ;
 a1: point d'incidence sur l'interface
 b1: cosinus directeur du faisceau après réflexion
 m: un point sur la surface
 n: cosinus directeur de la normale à la surface

Test 1 : Réfraction (90°): $a0=[0\ 0\ 0]'$, $b0=[1\ 0\ 0]'$, $m=[1\ 0\ 0]'$, $n=[-1\ 0\ 0]'$
 Résultat attendu: $a1=m$, $\text{Theta2}=\text{asin}(n0/n1*\sin(\text{Theta1})) \rightarrow b1=[1\ 0\ 0]'$
 Résultat MATLAB®: $a1=[1\ 0\ 0]'$, $b1=[1\ 0\ 0]'$

Test 2 : Réfraction (45°): $a0=[0\ 0\ 0]'$, $b0=[1\ 0\ 0]'$, $m=[1\ 0\ 0]'$, $n=[-\text{sqrt}(0.5)\ \text{sqrt}(0.5)\ 0]'$
 Résultat attendu: $a1=m$, $\text{Theta2}=\text{asin}(n0/n1*\sin(\text{Theta1}))=28.125^\circ$
 Résultat MATLAB®: $a1=[1\ 0\ 0]'$, $b1=[0.9569\ -0.2903\ 0]'$ $\rightarrow \text{Theta2}=28.1255$

Test 3 : Réfraction (180°): $a0=[0\ 0\ 0]'$, $b0=[1\ 0\ 0]'$, $m=[1\ 0\ 0]'$, $n=[0\ -1\ 0]'$
 Résultat attendu: $a1=\llcorner - \gg$, $\text{Theta2}=\text{asin}(n0/n1*\sin(\text{Theta1}))=41.81^\circ$
 Résultat MATLAB®: $a1=[\text{NaN}\ \text{NaN}\ \text{NaN}]'$, $b1=[0.6667\ -0.7454\ 0]'$
 $\rightarrow \text{Theta2}=41.8103$

*Ce calcul ne fait pas vraiment du sens pour ce cas, parce que il n'y a pas un point d'incidence pour 180°, mais c'est le résultat attendu de la fonction.

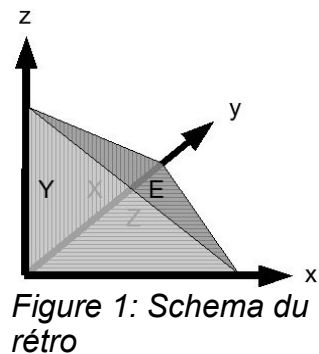
Conclusion:

Les fonctions `reflec()` et `refrac()` se comportent comme attendu dans les cas vérifiés. Attention doit être fait au problème générale de MATLAB® de ne pas afficher des nombres exactes en connexion avec les fonction arithmétiques comme « sinus », ce que peut causer des problèmes, par exemple en cas du test 2 pour `reflec()`, parce que le résultat de MATLAB® de 0.0000 n'est pas égale à zéro.

b) La fonction du rétro-réfecteur prisme

Le rétro-réfecteur consiste d'un coin d'un cube fait en verre. Pour la fonction, le système de coordonnées « rétro » est choisit telle que l'apex a les coordonnées $[0\ 0\ 0]$. Les quatre faces sont nommées X, Y, Z et E avec leur vecteurs normales \mathbf{x} , \mathbf{y} , \mathbf{z} et \mathbf{e} . (Voir figure 1).

La fonction calcule, à partir de la position rétro-réfecteur dans le système globale et le faisceau entrant, le faisceau sortant, ainsi que le chemin optique interne.



Le parcours principale est visualisé dans la figure 2. Pour plus de détail, voir le code complète à l'Annexe A.

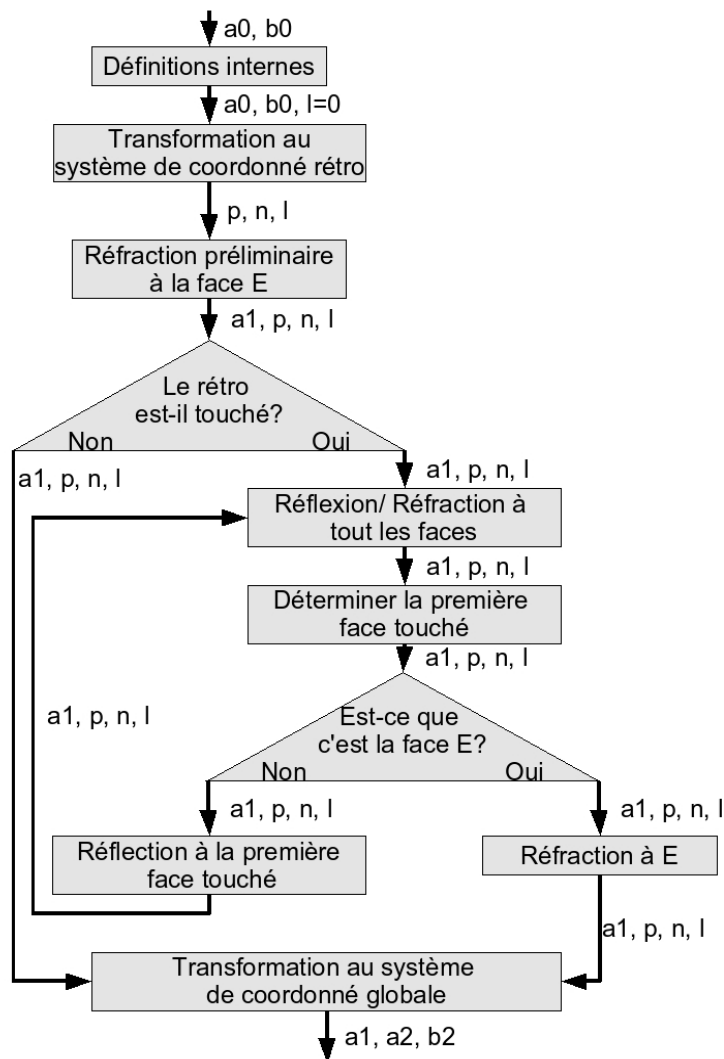


Figure 2: Flowchart de la fonction *retro()*

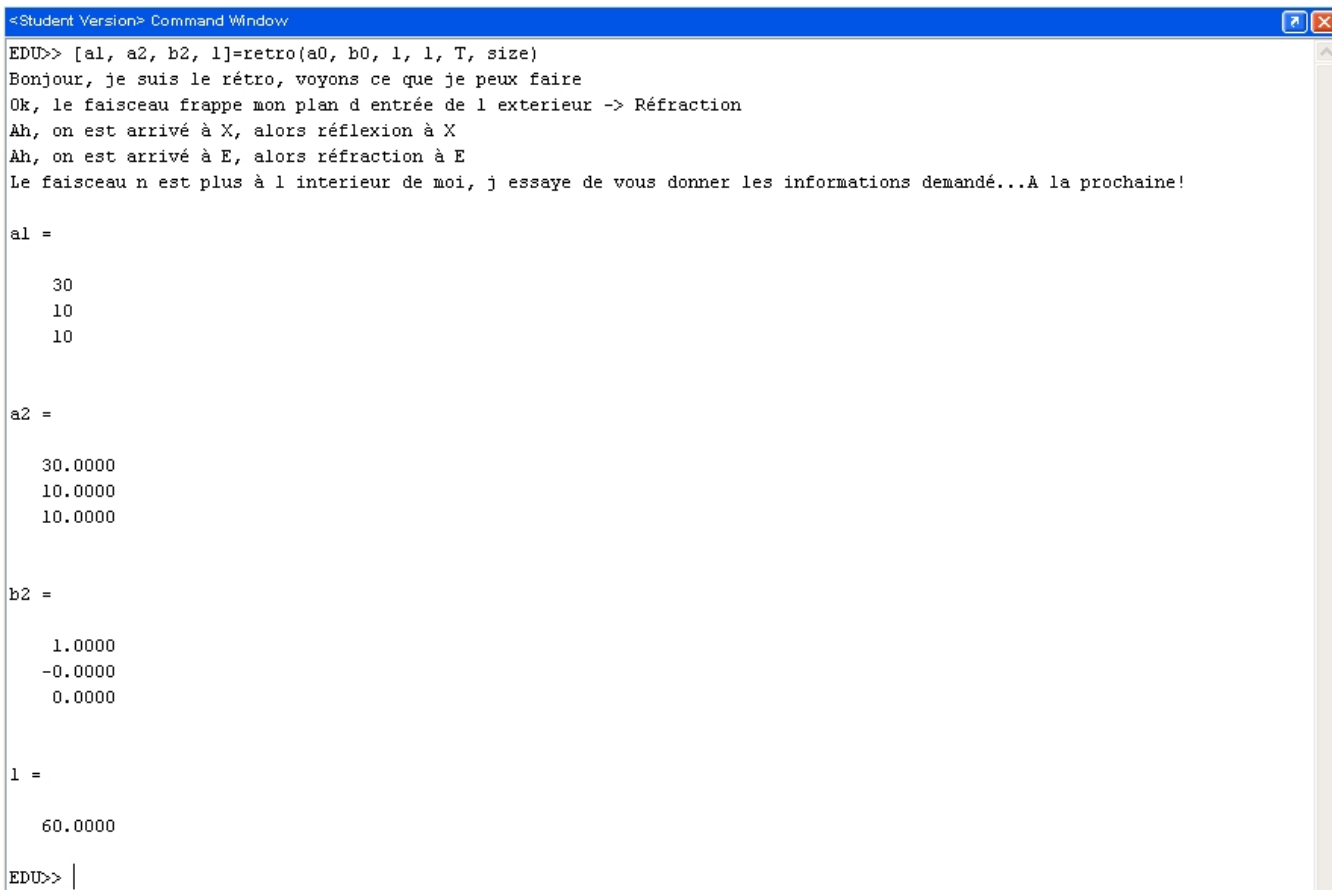
Vérification de la fonction du rétro-rélecteur:

Comme pour les fonctions `refrac()` et `reflec()`, quelques essais sont fait pour valider la fonction `retro()`, qui simule le rétro-rélecteur.

Syntaxe: `[a1, a2, b2, l]=retro(a0, b0, n0, n1, T, size)`
`a0`: un point sur le faisceau incident
`b0`: le vecteur du faisceau incident
`n0`: indice de réfraction du milieu extérieure
`n1`: indice de réfraction du milieu de rétro
`T`: Matrice de transformation (position et orientation) du rétro
`size`: dimension du rétro (longueur des coins du système de coordonnées rétro)
`a1`: le point d'entrée du faisceau
`a2`: le point de sorti du faisceau
`b2`: le vecteur du faisceau sortant
`l`: Chemin optique dans le rétro

Test1: `a0=[1000, 10, 10]'`, `b0=[-1 0 0]'`, `n0=1`, `n1=1`,
`T=[1 0 0 0; 0 1 0 0; 0 0 1 0; 0 0 0 1]`, `size=50`

Résultat attendu: une simple reflexion à la face X -> `b2=[1 0 0]`



```

<Student Version> Command Window
EDU>> [a1, a2, b2, l]=retro(a0, b0, 1, 1, T, size)
Bonjour, je suis le rétro, voyons ce que je peux faire
Ok, le faisceau frappe mon plan d entrée de l extérieur -> Réfraction
Ah, on est arrivé à X, alors réflexion à X
Ah, on est arrivé à E, alors réfraction à E
Le faisceau n est plus à l intérieur de moi, j essaye de vous donner les informations demandé...À la prochaine!

a1 =

    30
    10
    10

a2 =

   30.0000
   10.0000
   10.0000

b2 =

    1.0000
   -0.0000
    0.0000

l =

   60.0000

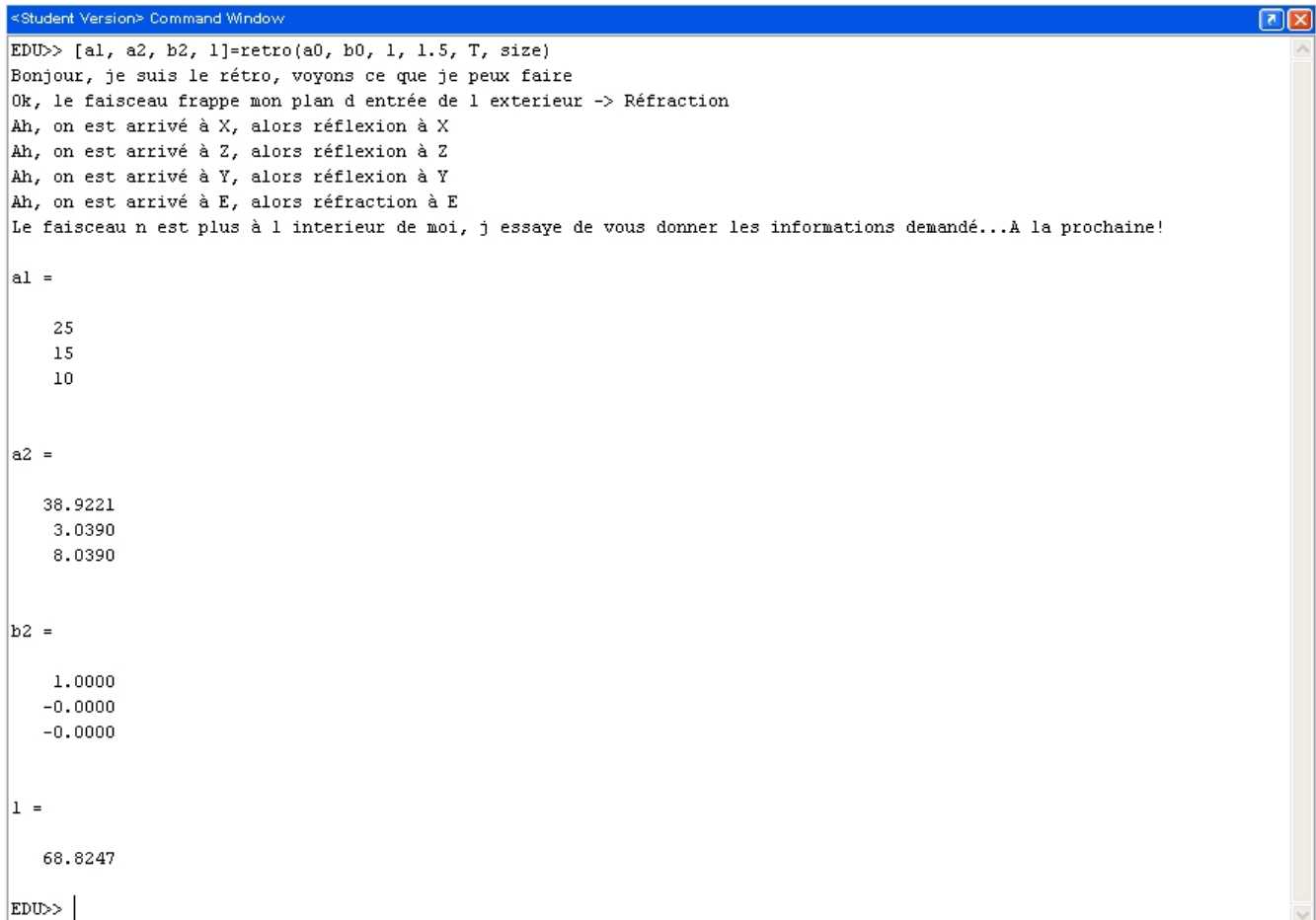
EDU>> |

```

Figure 3: Résultat MATLAB® le test 1

Test2: $a0=[1000, 15, 10]'$, $b0=[-1 0 0]'$, $n0=1$, $n1=1.5$,
 $T=[1 0 0 0; 0 1 0 0; 0 0 1 0; 0 0 0 1]$, size=50

Résultat attendu: une reflexion plus complexe à cause de la réfraction, mais quand même
 $b2=[1 0 0]$



```

<Student Version> Command Window
EDU>> [a1, a2, b2, l]=retro(a0, b0, l, 1.5, T, size)
Bonjour, je suis le rétro, voyons ce que je peux faire
OK, le faisceau frappe mon plan d entrée de l extérieur -> Réfraction
Ah, on est arrivé à X, alors réflexion à X
Ah, on est arrivé à Z, alors réflexion à Z
Ah, on est arrivé à Y, alors réflexion à Y
Ah, on est arrivé à E, alors réfraction à E
Le faisceau n est plus à l intérieur de moi, j essaye de vous donner les informations demandé...A la prochaine!

a1 =

    25
    15
    10

a2 =

   38.9221
    3.0390
    8.0390

b2 =

    1.0000
   -0.0000
   -0.0000

l =

   68.8247

EDU>> |

```

Figure 4: Résultat MATLAB® le test 2

Encore plusieurs autres tests avec différent paramètres étaient fait, qui montrent que la fonction marche et que tous les cas prévue de la programmation, soit « la réflexion a marché », « le faisceau ne frappe pas le rétro », « le faisceau frappe un coin du rétro et n'est pas réfléchi » ainsi que « une réflexion totale arrive à la face de sortie et le faisceau ne sorte pas », peuvent arriver.

Le dernière arrive quand le rétro est trop petit et le faisceau arrive à la face E avant que tous les autres réflexions ont été passé.

Ce que est frappant est que, de plus l'indexe optique du rétro est augmenté, de plus le faisceau est tiré vers l'apex du rétro, causant un adsorption du coin. Comme premier résultat il peut alors déjà être constaté, que c'est désirable de produire le rétro avec un indexe optique proche de celui de l'air. Une idée serait de ne pas utiliser un rétro solide en verre, mais un rétro vide avec de l'air à l'intérieur.

c) Programme d'essais

Après avoir obtenu une fonction de rétro-rélecteur fonctionnant, un programme d'essais peut être élaboré. (Voir Annexe A, programme « main.m »)

La question posée est, si le parallélisme du faisceau entrant et sortant du rétro, la distance entre les faisceaux ou le trajet optique complet est affecté par un déplacement latéral à la direction du faisceau, une rotation autour de la normale à la surface d'entrée ou une rotation autour d'un axe perpendiculaire au faisceau.

Premièrement le rétro-rélecteur est posé telle que son apex se trouve à l'origine du système de coordonnées est que sont face d'entrée est orienté dans la direction de l'axe x . Le tête de laser est placé aux coordonnées $[1000 \ 10 \ 0]'$, pointant vers la surface d'entrée du rétro, soit en direction $[-1 \ 0 \ 0]'$. Le décalage de 10 en y à été choisit pour éviter que la faisceau est absorbé par un arrête du rétro.

Puis les tests suivants sont exercée:

1. Déplacement du rétro de -40mm à +40mm selon l'axe y , qui est latéral à la direction du faisceau, en 160 étapes
2. Rotation du rétro de $-\pi/4$ à $+\pi/4$ autour de l'axe z , qui est perpendiculaire au faisceau et passe par l'apex du rétro, en 160 étapes
3. Rotation du rétro de $-\pi/4$ à $+\pi/4$ autour de l'axe x , qui est normale à la surface d'entrée du rétro et passe par son apex, en 160 étapes

Pour chacun des quatre tests le trajet optique aller-retour à un plan de référence passant par le tête de laser et normale au faisceau sortant du laser, la distance entre le faisceau incident et rétro-réfléchi ainsi que l'angle entre les deux faisceaux est calculé est affiché.

3. Résultats et Discussion

3.1 Déplacement du rétro selon l'axe y, latéral à la direction du faisceau

a) *Le trajet optique pour l'aller-retour au plan de référence*

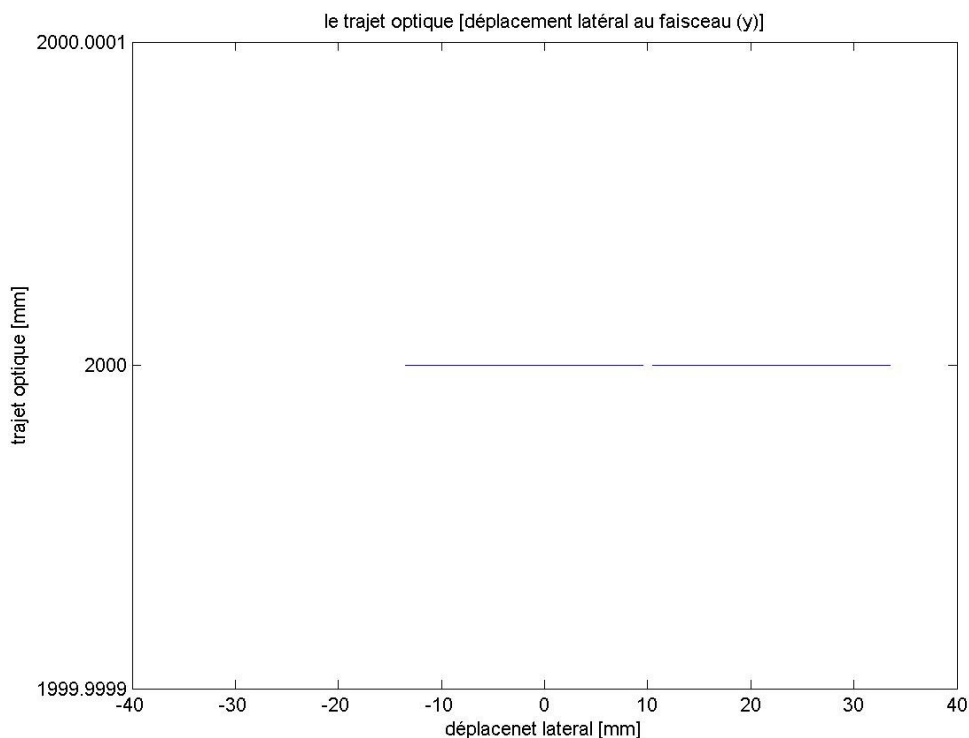


Figure 5: *Le trajet optique*

Il est bien visible que le trajet optique n'est pas affecté par un déplacement latéral en direction y, ce que est un résultat important, parce que maintenant on peut être sûr que ces erreurs d'un telle déplacement n'ont pas d'influence sur le résultat d'une interférométrie par laser.

La figure 5 montre aussi que le faisceau ne retourne que s'il frappe le rétro et n'est pas absorbé par un arrête de ce dernier. Avec un longueur d'arrête de 50mm, il est compréhensible que avec un déplacement totale de 80mm, le faisceau ne retourne pas toujours (trajet optique inexistante à la gauche et à la doit de la figure 5) et que un arrête peut être frappé (trajet optique inexistante à un déplacement d'environ +10mm).

b) Le parallélisme (l'angle) des faisceaux incident et rétro-réfléchi

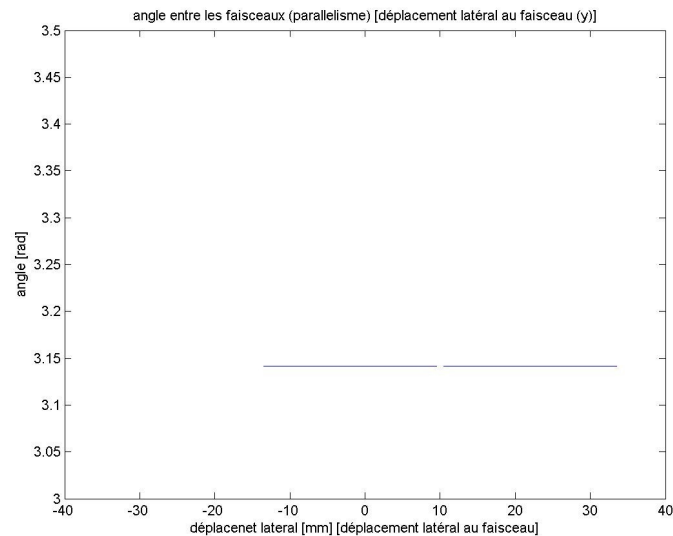


Figure 6: Le parallélisme

L'angle entre le faisceau incident et le faisceau rétro-réfléchi est, si le dernier existe, égale π , veut dire que les deux sont toujours parallèle. En plus, les endroits où l'angle n'a pas pu être calculé parce que le faisceau réfléchi n'existe pas, sont les mêmes que dans la figure 5.

c) La distance séparant les faisceaux incident et rétro-réfléchi

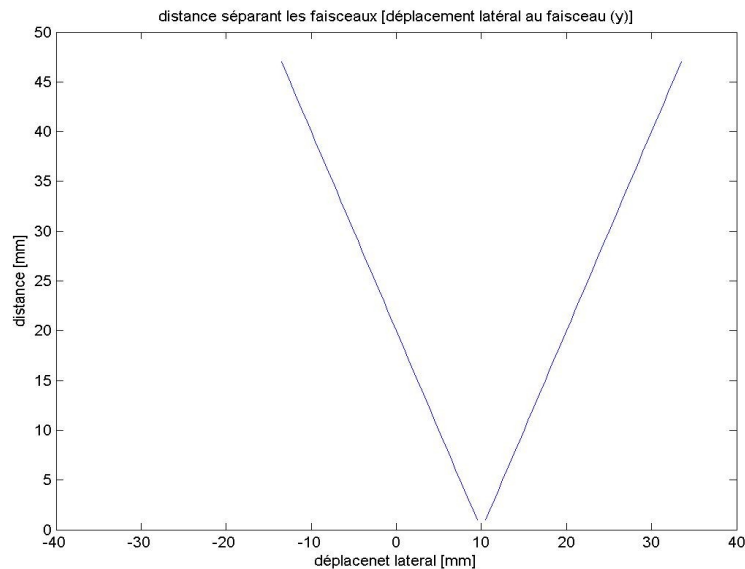


Figure 7: La distance séparant les faisceaux

La distance séparant les faisceaux par contre, est dépendent du déplacement. Il semble que la relation entre déplacement à une corrélation linéaire d'environ 1:2. Cela veut dire que, pour que on aie une superposition des deux faisceaux dans le récepteur, les erreurs de déplacement doivent rester petit. (C'est claire qu'on ne va jamais avoir un erreur de déplacement de ± 40 mm!)

3.2 Rotation du rétro autour de l'axe z, perpendiculaire au faisceau, passant par l'apex du rétro

a) Le trajet optique pour l'aller-retour au plan de référence

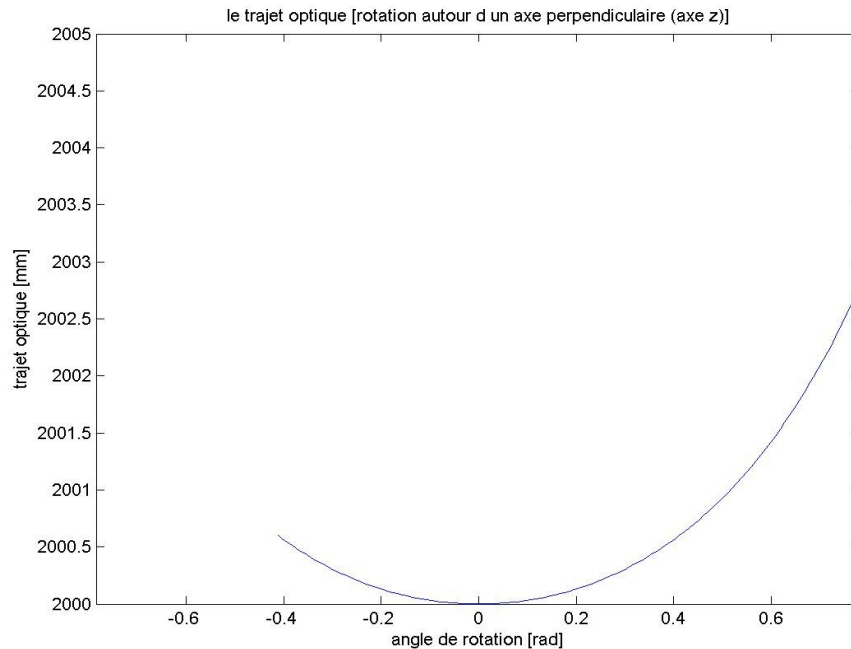


Figure 8: Le trajet optique

Les endroits où le faisceau n'a pas pu être réfléchi sont différents de ceux du déplacement latéral. Mais plus frappant, le trajet optique change avec la rotation.

Une explication possible pourrait être la réfraction à la face d'entrée du rétro. Pour un angle de 0 rad aucune réfraction ne prend place, mais de plus le faisceau n'est plus normale à la surface, du plus de réfraction arrive, ce qui change le trajet optique.

b) Le parallélisme (l'angle) des faisceaux incident et rétro-réfléchi

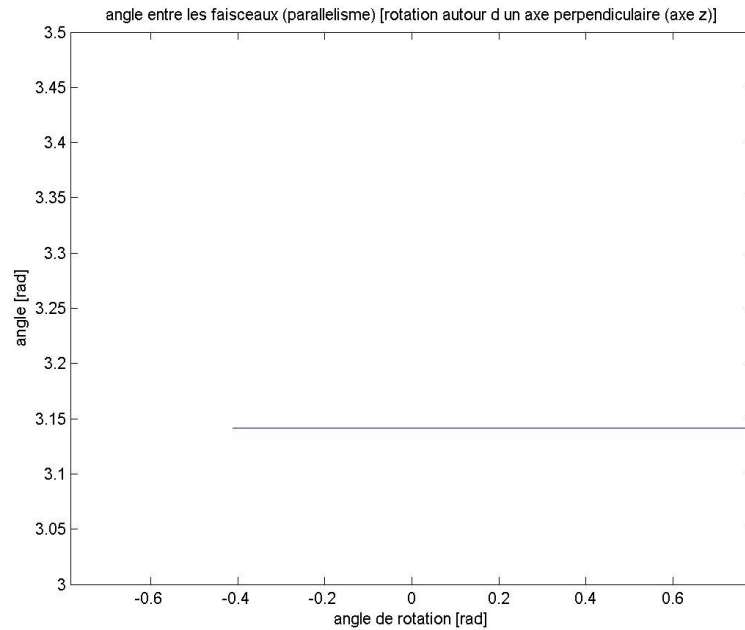


Figure 9: Le parallélisme

Bien que le trajet optique à changé, le faisceau réfléchi reste parallèle avec le faisceau entrant.

c) La distance séparant les faisceaux incident et rétro-réfléchi

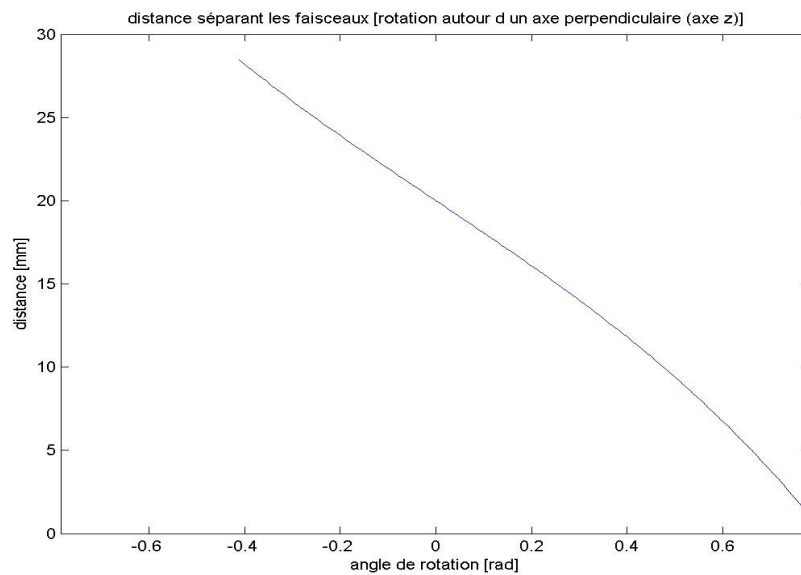


Figure 10: La distance séparant les faisceaux

Mais la distance entre les faisceaux change. Une telle e rotation est alors à éviter.

3.3 Rotation du rétro autour de l'axe x, normale à la surface d'entrée, passant par l'apex

a) Le trajet optique pour l'aller-retour au plan de référence

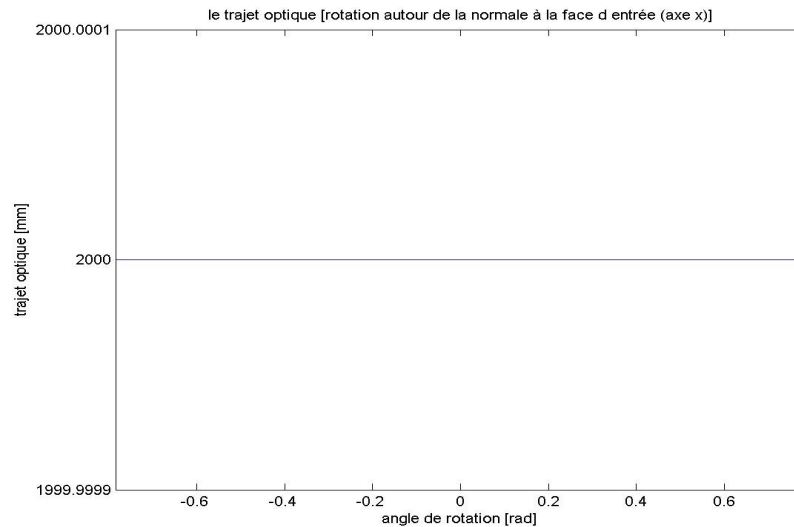


Figure 11: Le trajet optique

Au contraire à la rotation autour d'une axe perpendiculaire à la normale, la rotation autour de la normale n'a aucune influence sur le trajet optique.

b) Le parallélisme (l'angle) des faisceaux incident et rétro-réfléchi

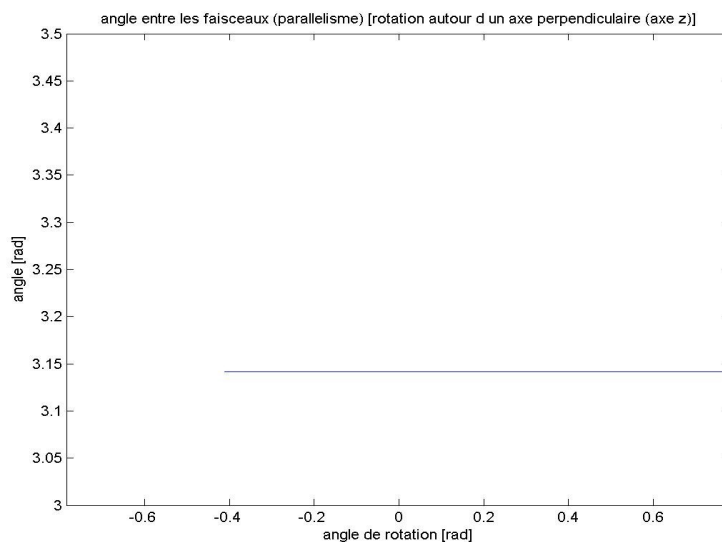


Figure 12: Le parallélisme

Le parallélisme à l'air d'être la propriété le plus résistant, car, pour la troisième fois il reste in affecté.

c) *La distance séparant les faisceaux incident et rétro-réfléchi*

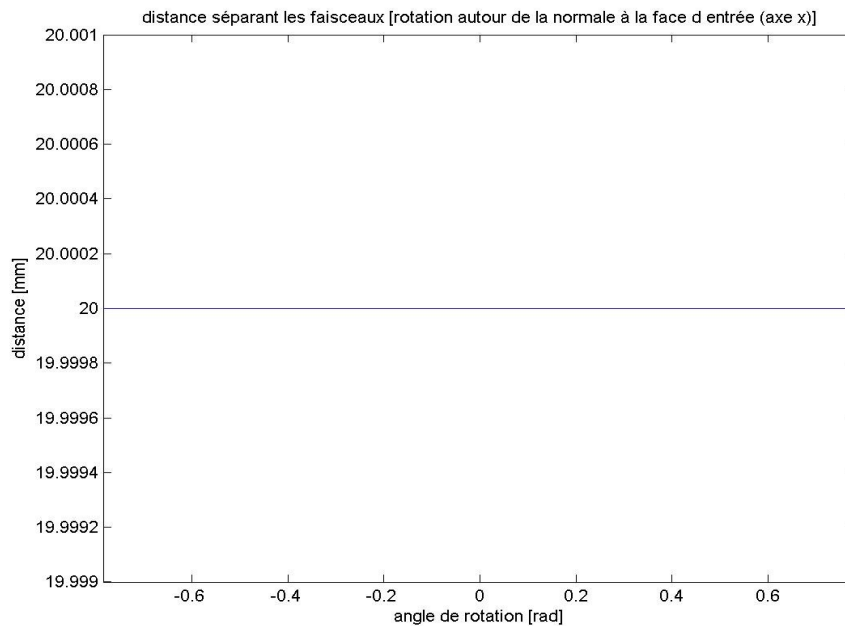


Figure 13: La distance séparant les faisceaux

Aussi la distance entre les faisceaux ne change pas. En plus, le faisceau est, avec ces paramètres, toujours réfléchi. La rotation autour de la normale est alors l'erreur la moins problématique des trois erreurs analysées.

4. Conclusion

Les essais ont montré que une erreur de rotation autour de la normale de la face d'entrée du rétro-rélecteur n'est pas problématique et n'affecte pas la mesure par interférométrie, pendant que la rotation autour d'une axe perpendiculaire à cette normale, change le trajet optique ainsi que la distance entre les faisceaux incident et réfléchi et alors est à éviter dès que possible, parce qu'elle a une influence à la mesure.

Le troisième erreur analysé, le déplacement latéral à la direction du faisceau, n'est pas problématique pour des petites valeurs, mais peut rendre la mesure impossible quand le déplacement cause une distance entre les faisceaux qui est si grande que les deux faisceaux ne s'intersectent plus au récepteur.

Une autre problématique qui a été détecté est celle de l'absorption du faisceau à un arrêt du rétro-rélecteur, qui rend impossible la mesure. Bien qu'on peut essayer de bien placer le rétro, on ne peut jamais exclure la chance d'absorption à cent pour cent parce que le mécanisme est trop compliqué. Le logiciel utilisé pour l'interférométrie doit alors être capable de le reconnaître et d'en tenir compte.

Une idée pour limiter la chance d'absorption est aussi, comme mentionne sous point 2 b), d'utiliser un rétro rempli de l'air au lieu d'un rétro solide en verre.

5. Annexe A -Le code MATLAB®

Le code complet se trouve dans le fichier « Annexe_A.zip ».